

ინფორმაცია

მრავალპერიოდული წარმოების გამართივების მოდელის რეალიზაცია MS EXCEL-ში SOLVER-ის გამოყენებით

ნიკოლოზ პართიანიანი, გიორგი დონაძე, დავით დევაძე

ელ.ფოსტა: nikavartaniani1@gmail.com, gio.159.donadze@gmail.com, david.devadze@bsu.edu.ge

ბათუმის შოთა რუსთაველის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

აბსტრაქტი: სტატიაში განხილულია თუ როგორ შეიძლება წრფივი პროგრამირების გამოყენება, გადაწყვეტილების მიღების მძლავრ მათემატიკურ ინსტრუმენტად, შეზღუდული რესურსების პირობებში ოპტიმალური შედეგის მისაღწევად. ზოგადად წრფივი პროგრამირების პროცესი გულისხმობს მიზნის ფუნქციის ოპტიმიზაციას (ხარჯების მინიმიზაცია ან მოგების მაქსიმიზაცია) წრფივი შეზღუდვების ფარგლებში. ნაშრომის მიზანია, აჩვენოს, თუ როგორ შეუძლიათ კომპანიებს, დაადგინონ რესურსების (მუშახელი, საწვავი, დრო) გამოყენების ყველაზე ეფექტური გზა, რითაც მიიღწევა მნიშვნელოვანი ფინანსური და საოპერაციო დანაზოგი. ამოცანის ამოხსნისთვის გამოყენებულია წრფივი პროგრამირების მოდელი, რომელიც რეალიზებულია MS Excel-ის Solver ფუნქციაში. Solver-ის მეშვეობით მიღებული ოპტიმალური ამოხსნის თანახმად დასტურდება, რომ LP წრფივი პროგრამირების მოდელს შეუძლია განსაზღვროს რესურსების ოპტიმალური განაწილება მინიმალური მიმდინარე ხარჯის მისაღწევად.

საკვანძო სიტყვები: წრფივი პროგრამირება (LP), წარმოების გამართივება, ოპტიმიზაცია, Solver მრავალპერიოდულიანი მოდელი

შესავალი. წრფივი პროგრამირება წარმოადგენს გადაწყვეტილების მიღების მძლავრ მათემატიკურ ინსტრუმენტს, რომლის ფუნდამენტური დანიშნულებაცაა შეზღუდული რესურსების პირობებში ოპტიმალური შედეგის მიღწევა. LP-ის უნივერსალურობა და ეფექტურობა განპირობებულია მისი მკაცრი, მაგრამ მოქნილი სტრუქტურით.

ეს პროცესი გულისხმობს მიზნის ფუნქციის (მაგალითად, მოგების მაქსიმიზაცია ან ხარჯების მინიმიზაცია) მათემატიკურ ოპტიმიზაციას, რომელიც მკაცრად მოქმედებს წრფივი შეზღუდვების ფარგლებში. ეს შეზღუდვები ასახავს რეალურ ბიზნეს-ლიმიტებს, როგორებიცაა ხელმისაწვდომი მუშახელის რაოდენობა, ბიუჯეტის ზღვარი, ან ნედლეულის მარაგი.

LP საშუალებას აძლევს კომპანიებს, როგორიცაა ავიაკომპანიები, სატრანსპორტო სააგენტოები ან მწარმოებელი ქარხნები, დაადგინონ ყველაზე ეფექტური გზა რესურსების გამოსაყენებლად. ამ რესურსებში შედის არა მხოლოდ ფიზიკური აქტივები, არამედ დრო, მუშახელი და საწვავი. LP მოდელების ინტეგრაციით მიიღწევა მნიშვნელოვანი ფინანსური და საოპერაციო დანაზოგი, ვინაიდან მოდელი პოულობს ისეთ გადაწყვეტას, რომელიც გამორიცხავს რესურსების არაეფექტურ განაწილებას [1].

ოპტიმიზაციის ამ ტიპის მეთოდების ერთ-ერთი კლასიკური და ფართოდ გავრცელებული მაგალითია მრავალპერიოდულიანი წარმოების გამართივების მოდელი. ეს მოდელი შექმნილია

ნიკოლოზ პართაქიანი, გიორგი ღონაძე, ღაბით დევაძე

იმისთვის, რომ დააბალანსოს ცვალებადი მოთხოვნები დროის განმავლობაში, მინიმუმამდე დაიყვანოს ისეთი ხარჯები, როგორებიცაა დაქირავება, გათავისუფლება და ჭარბი მარაგის შენახვა. ამგვარი კონკრეტული მოდელების რეალიზაცია ხშირად ხორციელდება ისეთი ინსტრუმენტების მეშვეობით, როგორიცაა MS Excel-ის Solver, რაც ცხადყოფს LP-ის პრაქტიკულ გამოყენებას ბიზნეს ანალიზში.

მაგალითისთვის განვიხილოთ მრავალპერიოდული წარმოების გამარტივების მოდელი კონკრეტულ მაგალითზე. რიგითი კომპანია გეგმავს პროდუქციის წარმოებას მომავალი წლის მარტში, აპრილში, მაისსა და ივნისში. მოთხოვნის რაოდენობა ამ თვეებისთვის არის შესაბამისად: 520, 720, 520 და 620 ერთეული.

კომპანიას ჰყავს 10 მუდმივი თანამშრომელი, მაგრამ წარმოების ცვალებადი მოთხოვნებიდან გამომდინარე შეიძლება საჭირო დარჩეს დროებითი მუშახელის დაქირავება და არსებულის გათავისუფლება.

ამოცანა მდგომარეობს შემდეგში: შექმენით ოპტიმალური დაქირავების/გათავისუფლების პოლიტიკა 4-თვიანი დაგეგმვის პერიოდისთვის, რათა უზრუნველყოფილი იყოს მინიმალური ჯამური ხარჯი მოთხოვნის დაკმაყოფილების შემთხვევაში [1].

ცხრილში წარმოდგენილია კომპანიის თანამშრომლების რიცხვი შესაბამისი მახასიათებლები და ხარჯები:

ცხრილი 1. კომპანიის თანამშრომლების შესაბამისი მახასიათებლები

პარამეტრი	აღწერა	ღირებულება/ რაოდენობა
მუდმივი მუშახელი	მუდმივი თანამშრომლების რაოდენობა	10 თანამშრომელი
წარმადობა (მუდმივი)	ერთეულები, რომლებსაც მუდმივი თანამშრომელი აწარმოებს თვეში	12 ერთეული/თვე
წარმადობა (დროებითი)	ერთეულები, რომლებსაც დროებითი თანამშრომელი აწარმოებს თვეში	10 ერთეული/თვე
დაქირავების ხარჯი	დროებითი თანამშრომლის დაქირავების დამატებითი ხარჯი	£200 ერთეულზე
გათავისუფლების ხარჯი	დროებითი თანამშრომლის გათავისუფლების დამატებითი ხარჯი	£400 ერთეულზე
მარაგის შენახვის ხარჯი	ჭარბი პროდუქციის შენახვის ხარჯი მომდევნო თვეში გადატანისას	£50 ერთეულზე/თვე

მათემატიკური მოდელი. სტანდარტულ სიტუაციაში საწარმოს მუდმივი თანამშრომლების მიერ (სულ 10) წარმოებული ერთეულები შეესაბამება სტაბილურ წარმოებას შესაბამისი თვის მოთხოვნებიდან გამომდინარე. დარჩენილი მოთხოვნა შემდეგ უკვე კმაყოფილდება დროებითი თანამშრომლების დაქირავებისა და გათავისუფლების გზით [1].

ჩვენს მიერ შესრულებული კორექტირება ითვალისწინებს მუდმივი მუშახელის (10 თანამშრომელი, რომლებიც აწარმოებენ $12 \times 10 = 120$ ერთეულს თვეში) სტაბილურ წარმოებას.

მარტის თვის დარჩენილი მოთხოვნა = $520 - 12 \times 10 = 400$ ერთეული

აპრილის თვის დარჩენილი მოთხოვნა = $720 - 12 \times 10 = 600$ ერთეული

მაისის თვის დარჩენილი მოთხოვნა = $520 - 12 \times 10 = 400$ ერთეული

ივნისის თვის დარჩენილი მოთხოვნა = $620 - 12 \times 10 = 500$ ერთეული

მოდელში ცვლადები i თვისთვის შეიძლება განისაზღვროს შემდეგნაირად:

X_i = დროებითი მუშახელის რაოდენობა i თვის დასაწყისში ნებისმიერი დაქირავების ან გათავისუფლების შემდეგ.

S_i = i თვის დასაწყისში დაქირავებული ან გათავისუფლებული დროებითი მუშახელის რაოდენობა.

I_i = i თვის ბოლოს დარჩენილი ნაშთის (ინვენტარის) ერთეულების რაოდენობა.

განსაზღვრების თანახმად, X_i და I_i არიან არაუარყოფითი, მაშინ როცა S_i ნიშნით შეუზღუდავია, რადგან ის უდრის i თვეში დაქირავებული ან გათავისუფლებული მუშახელის რაოდენობას. ეს არის შეუზღუდავი ცვლადის გამოყენების შემთხვევა, როგორც სპეციალური ჩანაცვლება მოდელში დაქირავებისა და გათავისუფლების იმპლემენტაციისთვის.

წარმოდგენილ მოდელში, მიზნის ფუნქციის შემუშავება მოითხოვს შეზღუდვების წინასწარ კონსტრუირებას. i თვეში x_i დროებითი თანამშრომლის მიერ წარმოებული ერთეულების რაოდენობაა $10x_i$. შესაბამისად გვაქვს შემდეგი შეზღუდვები თვეების მიხედვით:

$$\begin{aligned} 10x_1 &= 400 + I_1 && (\text{მარტი}) \\ I_1 + 10x_2 &= 600 + I_2 && (\text{აპრილი}) \\ I_2 + 10x_3 &= 400 + I_3 && (\text{მაისი}) \\ I_3 + 10x_4 &= 500 && (\text{ივნისი}) \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\geq 0, I_1, I_2, I_3 && \geq 0 \end{aligned}$$

დაქირავებისა და გათავისუფლებისთვის, დროებითი მუშახელი მარტის დასაწყისში იწყებს x_1 მუშაკით. აპრილის დასაწყისში, x_1 დარეგულირდება (გაიზრდება ან შემცირდება) S_1 დროებითი თანამშრომლით, რათა მივიღოთ x_2 . იგივე იდეა გამოიყენება x_3 და x_4 -ზე, რაც გვძლევს შემდეგ შეზღუდვებს:

$$\begin{aligned} x_1 &= S_1 \\ x_2 &= x_1 + S_2 \\ x_3 &= x_2 + S_3 \\ x_4 &= x_3 + S_4 \\ S_1, S_2, S_3, S_4 &\text{ ნიშნით შეუზღუდავი} \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\geq 0 \end{aligned}$$

განვსაზღვროთ და შესაბამისად შევადგინოთ მიზნის ფუნქცია, რომელიც მოიცავს დაქირავების, გათავისუფლებისა და მარაგის შენახვის ხარჯებს, ახალი ცვლადების კონცეფციის გათვალისწინებით [1,2].

მიზნის ფუნქცია (Z) წარმოადგენს ჯამური ხარჯების მინიმიზაცია ოთხი თვის განმავლობაში.

1. ცვლადების დაყოფა ხარჯების მიხედვით.

ვინაიდან ცვლადი S_i ნიშნით შეუზღუდავია (ნიშნავს ან დაქირავებას, ან გათავისუფლებას) და დაქირავების ხარჯი (200) და გათავისუფლების ხარჯი (400) განსხვავებულია, ჩვენ უნდა გამოვიყენოთ სპეციალური ჩანაცვლება, რომ განვსხვავოთ ეს ორი ხარჯი.

ჩვენ ვიყენებთ ორ არაუარყოფით ცვლადს, რომლებიც ცვლიან S_i -ს მიზნობრივ ფუნქციაში:

- H_i დაქირავება i თვეში (ხარჯი: 200).
- F_i გათავისუფლება i თვეში (ხარჯი: 400).

შენიშვნა: მიუხედავად იმისა, რომ $S_i = H_i - F_i$, მიზნის ფუნქციაში ჩვენ უშუალოდ H_i და F_i ცვლადებს ვიყენებთ.

2. ხარჯების კომპონენტები.

ხარჯის ტიპი	ცვლადი	ღირებულება
დაქირავება	H_i	200
გათავისუფლება	F_i	400
მარაგი (შენახვა)	I_i	50

3. მიზნის ფუნქციის გამოსახულებას ოთხივე თვისთვის ($i=1$ დან $i=4$ ჩათვლით) ექნება შემდეგი სახე:

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^4 (200H_i + 400F_i + 50I_i)$$

ეს ფუნქცია უზრუნველყოფს, რომ ვიპოვიოთ H_i , F_i , და I_i ის მნიშვნელობები, რომლებიც მოცემული შეზღუდვების ფარგლებში მინიმუმს ანიჭებს ჯამურ ხარჯს.

$$\text{მარაგის შენახვის ხარჯი} = 50 (I_1 + I_2 + I_3)$$

გამოვთვალოთ დაქირავებისა და გათავისუფლების ხარჯები:

$$\left(\begin{array}{c} \text{დაქირავებისა და} \\ \text{გათავისუფლების ხარჯი} \end{array} \right) = 200 \left(\begin{array}{c} \text{დაქირავებული დროებითი} \\ \text{თანამშრომლების რაოდენობა} \\ \text{ყოველი თვის დასაწყისში} \end{array} \right) + 400 \left(\begin{array}{c} \text{გათავისუფლებული დროებითი} \\ \text{თანამშრომლების რაოდენობა} \\ \text{ყოველი თვის დასაწყისში} \end{array} \right)$$

მათემატიკური ინტერპრეტაცია

მოცემული გამოსახულება წარმოადგენს ჯამურ ხარჯს, რომელიც დაკავშირებულია თანამშრომლების ცვლილებასთან (დროებით მუშახელთან) დაგეგმვის მთელი პერიოდის განმავლობაში [1,2]:

$$\text{ხარჯი} = \sum_{i=1}^4 (200H_i + 400F_i)$$

- $200H_i$: დროებითი თანამშრომლის დაქირავების ხარჯი (200 დოლარი), გამრავლებული თვეში (i) დაქირავებულთა რაოდენობაზე (H_i).
- $400F_i$: დროებითი თანამშრომლის გათავისუფლების ხარჯი (400 დოლარი), გამრავლებული თვეში (i) გათავისუფლებულთა რაოდენობაზე (F_i).

თუ ცვლადი S_i დადებითია, i თვეში ხდება დაქირავება. თუ ის უარყოფითია, მაშინ ხდება გათავისუფლება. ეს „თვისებრივი“ შეფასება შეიძლება გამოვსახოთ შემდეგი ჩანაცვლების გამოყენებით:

$$S_i = S_i^- + S_i^+, \text{ სადა } S_i^-, S_i^+ \geq 0$$

ნიშნით შეუზღუდავი ცვლადი S_i ახლა წარმოადგენს სხვაობას ორ არაუარყოფით ცვლადს (S_i^- და S_i^+) შორის. ჩვენ შეგვიძლია S_i^- განვიხილოთ, როგორც დაქირავებული დროებითი თანამშრომლების რაოდენობა, ხოლო S_i^+ - როგორც გათავისუფლებული თანამშრომლების რაოდენობა.

მაგალითად, თუ $S_i^- = 5$ და $S_i^+ = 0$, მაშინ $S_i = 5 - 0 = +5$, რაც დაქირავებას წარმოადგენს. თუ $S_i^- = 0$ და $S_i^+ = 7$, მაშინ $S_i = 0 - 7 = -7$, რაც გათავისუფლებას წარმოადგენს. პირველ შემთხვევაში,

დაქირავების შესაბამისი ხარჯი არის $200S_i^- = 200 \times 5 = 1000$ ლ, ხოლო მეორე შემთხვევაში, გათავისუფლების შესაბამისი ხარჯი არის $400S_i^+ = 400 \times 7 = 2800$ ლ.

ჩანაცვლება $S_i = S_i^- + S_i^+$ წარმოადგენს დაქირავებისა და გათავისუფლების ხარჯების შემუშავების საფუძველს.

საბოლოოდ დაქირავებისა და გათავისუფლების ჯამური ხარჯი ჩავწერთ შემდეგნაირად:

$$\text{დაქირავების ღირებულება} = 200 (S_1^- + S_2^- + S_3^- + S_4^-)$$

$$\text{გათავისუფლების ხარჯი} = 400 (S_1^+ + S_2^+ + S_3^+ + S_4^+)$$

შესაძლოა საჭიროდ მოგვეჩვენოს, რომ Z-ს დავუმატოთ თანხა $400x_4$, რომელიც წარმოადგენს x_4 დროებითი თანამშრომლის გათავისუფლების ხარჯს დაგეგმვის პერიოდის ბოლოს. ოპტიმიზაციის თვალსაზრისით, ეს ფაქტორი უკვე გათვალისწინებულია მიზნის ფუნქციაში S_4^+ (ან F_4) არსებობით.

შესაბამისად, შედეგი არ შეიცვლება, გარდა იმისა, რომ ოპტიმალური Z გაიზრდება $400x_4$ -ით. ყველაფრის გათვალისწინებით მათემატიკური მოდელი მიიღებს შემდეგ სახეს: მიზნის ფუნქცია:

$$\text{Min } Z = 50(I_1 + I_2 + I_3) + 200 (S_1^- + S_2^- + S_3^- + S_4^-) + 400 (S_1^+ + S_2^+ + S_3^+ + S_4^+)$$

შემდეგი შეზღუდვებით:

$$10x_1 = 400 + I_1$$

$$I_1 + 10x_2 = 600 + I_2$$

$$I_2 + 10x_3 = 400 + I_3$$

$$I_3 + 10x_4 = 500$$

$$x_1 = S_1^- - S_1^+$$

$$x_2 = x_1 + S_2^- - S_2^+$$

$$x_3 = x_2 + S_3^- - S_3^+$$

$$x_4 = x_3 + S_4^- - S_4^+$$

$$S_1^-, S_1^+, S_2^-, S_2^+, S_3^-, S_3^+, S_4^-, S_4^+ \geq 0$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0, I_1, I_2, I_3 \geq 0$$

ოპტიმალური ამოხსნა - მინიმალური ხარჯი არის $z = 19,500$ ლ, როდესაც

$$x_1 = 50, x_2 = 50, x_3 = 50, x_4 = 45, x_5 = 45,$$

$$S^- = 50, S^+ = 5,$$

$$I_1 = 100, I_3 = 50.$$

დანარჩენი ცვლადები ნულს უდრის. გადაწყვეტილება მოითხოვს 50 დროებითი თანამშრომლის დაქირავებას მარტში ($S_1^- = 50$) და სამუშაო ძალის უცვლელად შენარჩუნებას მაისამდე, მაშინ როცა ხუთი დროებითი თანამშრომელი განთავისუფლებულია ($S_3^+ = 5$). შემდგომი დაქირავება ან განთავისუფლება არ არის რეკომენდირებული ივნისის ბოლომდე, როდესაც ყველა დროებითი თანამშრომელი განთავისუფლდება, პრობლემის გადაწყვეტა მოითხოვს 100 ერთეული ნაშთის გადატანას მაისში და 50 ერთეულის ივნისში [1,2].

ნიკოლოზ პართანიანი, გიორგი ღონაძე, ღაბით ღვამაძე

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
1																			
2		X1	X2	X3	X4	S1+	S2+	S3+	S4+	S1-	S2-	S3-	S4-	I1	I2	I3	I4		Z=
3		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		2550
4		0	0	0	0	200	200	200	200	400	400	400	400	50	50	50	50		
5																			
6		10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0		
7		0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0		
8		0	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0		
9		0	0	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1		
10		1	0	0	0	-1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0		
11		-1	1	0	0	0	-1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0		
12		0	-1	1	0	0	0	-1	0	0	0	1	0	0	0	0	0		
13		0	0	-1	1	0	0	0	-1	0	0	0	1	0	0	0	0		
14																			
15																			
16																			
17																			
18																			
19																			
20																			
21																			
22																			
23																			
24																			

ნახ. 1 საწყისი მონაცემების შეტანა

ნახ. 3 რეალიზაცია Solver-ში (შეზღუდვები)

ვხედავთ, რომ ამოცანის პირობიდან გამომდინარე შეზღუდვებში წერია ის მნიშვნელობები, რომლებიც გამომდინარეობს მოცემული მათემატიკური მოდელიდან, ხოლო მიზნის ფუნქცია კი გამოითვლება ფორმულით $=50*(O3+O4+O5) + 200*(F3+F4+F5+F6) + 400*(J3+J4+J5+J6)$ (ექსელის უჯრების სახელწოდებებია) [3,4]. შემდეგ სოლვერში, შეზღუდვებიდან გამომდინარე შედგენილი მატრიცის მნიშვნელობებს ვამრავლებთ (ფუნქცია `sumproduct()`-ის გამოყენებით) საწყისი მნიშვნელობებზე. შედეგად შეზღუდვებს სოლვერში ექნება შემდეგი სახე, რომ მიღებული მნიშვნელობები უნდა გავუტოლოთ არსებული მარაგისა და თანამშრომლების (როგორც დაქირავებული, ასევე გათავისუფლებული) რაოდენობას. ექსელში ფორმულებს ექნება შემდეგი სახე ($=E18:F18:G18:H18 = J18:K18:L18:M18$) და ($=E23:F23:G23:H23 = J23:K23:L23:M23$) [5,6].

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
1																			
2		X1	X2	X3	X4	S1+	S2+	S3+	S4+	S1-	S2-	S3-	S4-	I1	I2	I3	I4		Z=
3		50	50	45	45	50	0	0	0	0	0	5	0	100	0	50	0		19500
4		0	0	0	0	200	200	200	200	400	400	400	400	50	50	50	50		
5																			
6		10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0		
7		0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0		
8		0	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0		
9		0	0	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1		
10		1	0	0	0	-1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0		
11		-1	1	0	0	0	-1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0		
12		0	-1	1	0	0	0	-1	0	0	0	1	0	0	0	0	0		
13		0	0	-1	1	0	0	0	-1	0	0	0	1	0	0	0	0		
14																			
15																			
16																			
17																			
18																			
19																			
20																			
21																			
22																			
23																			
24																			

ნახ. 3 შედეგი

*COMPUTER SCIENCES***IMPLEMENTATION OF A MULTI-PERIOD PRODUCTION SIMPLIFICATION MODEL IN MS EXCEL USING SOLVER**

NIKOLAZ VARTANIANI, GIORGI DONADZE, DAVID DEVADZE

E-mail: nikavartanian1@gmail.com, gio.159.donadze@gmail.com, david.devadze@bsu.edu.ge*Batumi Shota Rustaveli State University*

ABSTRACT: The article discusses how linear programming can be used as a powerful mathematical tool for decision-making to achieve optimal results under limited resources. In general, the linear programming process involves optimizing an objective function (minimizing costs or maximizing profits) within linear constraints. The purpose of the paper is to show how companies can determine the most efficient way to use their resources (workforce, fuel, time), thereby achieving significant financial and operational savings. To solve the problem, a linear programming model is employed, implemented through the Solver function in MS Excel. According to the optimal solution obtained by Solver, it is confirmed that the LP linear programming model can determine the optimal allocation of resources to achieve minimal operating cost.

KEYWORDS: Linear Programming (LP), Simplification, Optimization, Solver, Multi-period Model**გამოყენებული ლიტერატურა:**

1. H. A. Taha, Operations Research: An Introduction, 10th ed., Pearson Education Limited, 2017.
2. F. S. Hillier and G. J. Lieberman, Introduction to Operations Research, 10th ed., McGraw-Hill Education, 2015.
3. W. L. Winston, Operations Research: Applications and Algorithms, 4th ed., Cengage Learning, 2014.
4. W. L. Winston and S. C. Albright, Practical Management Science, 5th ed., Cengage Learning, 2019.
5. R. L. Rardin, Optimization in Operations Research, 2nd ed., Pearson Education, 2014.
6. S. Chopra and P. Meindl, Supply Chain Management: Strategy, Planning, and Operation, 7th ed., Pearson, 2019.